

מבחן מתכונת במתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

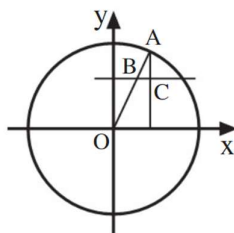
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: **שעתיים וחצי**. (עפ"י החניות מעודכנות)
 - ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
מספרים מרוכבים – $2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3}$ נקודות
גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי
ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות
ולוגריתמיות, ופונקציות חזקה
 $1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
 - ג. חומר עזר מותר לשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
(2) דפי נוסחאות רשמיים של משרד החינוך התואמים למספר השאלון.
 - ד. הוראות מיוחדות:
(1) הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
(2) יש לכתוב בעט כחול או שחור בלבד.
(3) יש לרשום את שם התלמיד ושם המורה על כל דף אשר מוגש.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון המעגל $x^2 + y^2 = R^2$. דרך ראשית הצירים O מעבירים ישר כלשהו. הישר חותך את המעגל בנקודה A. מהנקודה A מורידים אנך לציר ה-x. B היא נקודה על הקטע OA כך ש- $OB = 2AB$. דרך B מעבירים ישר המקביל לציר ה-x שחותך את האנך בנקודה C.
א. הבע באמצעות R את משוואת המקום הגיאומטרי של כל הנקודות C הנוצרות באופן זה.
ב. נתון שהשיעורים של אחת מהנקודות B הם (2, 4). חשב את שטח המרובע שקודקודיו הם נקודות החיתוך של המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' עם הצירים.

2. נתונים שני מישורים נחתכים: $\pi_1: 2x+y-2z=0$, $\pi_2: x-2y+2z=0$

- א. הנקודה (x, y, z) נמצאת על ישר שנמצא במרחק 3 יחידות ממישור π_1 ובמרחק 5 יחידות ממישור π_2 . מצא הצגה פרמטרית של ישר אחד כזה (מבין ארבעה ישרים אפשריים).
- ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את המישור $[xz]$ בנקודה A ואת המישור $[yz]$ בנקודה B. מהנקודות A ו-B מורידים אנכים למישור π_2 . האנכים חותכים את המישור π_2 בנקודות D ו-C בהתאמה. מצא את שטח המלבן ABCD. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3. נתונים המספרים: $Z_1 = b + ai$ ו- $Z_2 = b - 1 + (1+a)i$ ($0 < a, 0 < b$).

נתון: $|Z_1| = |Z_2|$, $|Z_1 + Z_2| = 5\sqrt{2}$

- א. מצא את a ו- b (a ו-b ממשיים).
- ב. ארבעת המספרים: $Z_1, Z_2, \overline{Z_1}, \overline{Z_2}$ יוצרים מרובע במישור של גאוס. חשב את שטחו.
- ג. הוכח שארבעת המספרים: $Z_1, Z_2, \overline{Z_1}, \overline{Z_2}$ נמצאים על אותו מעגל קונוי במישור גאוס ומצא את משוואת המעגל.
- ד. הנקודה E נמצאת על מישור גאוס, ברביע השלישי, על המעגל הקונוי שמצאת בסעיף ג'. חשב את גודל הזווית $\angle Z_1 E Z_2$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, ופונקציות חזקה

ענה על אחת מבין השאלות 4-5 (לכל שאלה $3\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. נתונה הנגזרת השניה: $f''(x) = 4e^{2x} + 4e^{-2x} - 17$

- גרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ וגרף הפונקציה $f(x)$ עוברים בראשית הצירים.
- א. מצא את הנגזרת הראשונה $f'(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הנגזרת השניה $f''(x)$ עם הצירים.
- ג. עבור כל טענה, קבע האם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.
- i. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול ברביע הראשון.
- ii. לגרפים של הנגזרת $f'(x)$ ו- $f''(x)$ אין אסימפטוטות אופקיות.
- ד. שרטט על גבי אותה מערכת צירים סקיצות של הגרפים של הנגזרות $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$, וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת. באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=e$.

בהצלחה !