

גיאומטריה אנליטית

שאלה מס' 1

הנקודות $C(x_1, y_1)$ ו- $D(x_2, y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x, 3)$ היא אמצע המיתר CD .

מצא את m .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחק

מהנקודה $(1, 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6.

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD .

שאלה מס' 2

נקודה A נמצאת ברביע הראשון

על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למיתר OA (O – ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).

נסמן: x_C – שיעור ה- x של הנקודה C .

x_A – שיעור ה- x של הנקודה A .

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$,

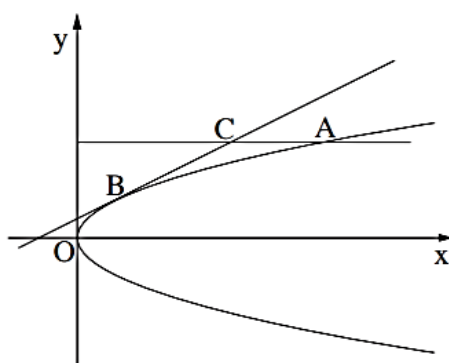
וענה על הסעיפים א, ב ו- ג.

א. הבע באמצעות x_C את x_A .

ב. הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA .

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C .



סיכומנוצ'יק

ישר:

הצגה מפורשת (הצגה יחידה) - $y = m x + n$, $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$ (אין סוף הצגות) - $Ax + By + C = 0$

שיפוע הישר העובר דרך הנקודות $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

מרחק בין שתי נקודות $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

הישרים $y = m_1 x + n$ ו- $y = m_2 x + n$ מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_1, y_1) מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \frac{|(ax_1 + by_1 + c)|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

נקודת אמצע של קטע שקצותיו $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$: $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

שיעורי הנקודה P המחלקת את הקטע בין $A(x_1, y_1)$ ל- $B(x_2, y_2)$ ביחס k:l: $P(\frac{lx_1 + kx_2}{k+l}, \frac{ly_1 + ky_2}{k+l})$

מעגל: המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מנקודה קבועה (המרכז) שווה לקטע קבוע (הרדיוס) נקרא מעגל.

משוואת מעגל שמרכזו (a,b) ורדיוסו r: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

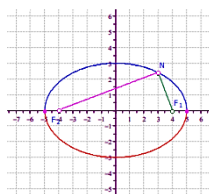
משוואת המשיק למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ בנקודה (x_0, y_0) : $(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = r^2$

פרבולה: המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שנמצאות במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר קבוע נקרא פרבולה.

משוואת פרבולה שמוקדה ב- $(\frac{p}{2}, 0)$ והמדריך שלה הוא $x = -\frac{p}{2}$ היא: $y^2 = 2px$

משיק לפרבולה בנק' (x_0, y_0) : $yy_0 = p(x + x_0)$

(*) התנאי שהישר $y = mx + n$ ישיק לפרבולה: $n = \frac{p}{2m}$



אליפסה: המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שסכום מרחקיהן משתי נקודות קבועות (מוקדים) - שווה לגודל קבוע נקרא אליפסה.

(*) משוואת אליפסה קנונית: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: נק' חיתוך עם ציר ה-x: $a, -a$; נק' חיתוך עם ציר ה-y: $b, -b$

(*) הקשר בין המוקד (מסומן ב-c או ב-f) ל-a ול-b: $c^2 = a^2 - b^2$

(*) תנאי לקיום אליפסה: $r_1 + r_2 > 2c \Leftrightarrow 2a > 2c \Leftrightarrow a > c$ (*) מרחק המוקד מהראשית: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

(*) משיק לאליפסה בנק' (x_0, y_0) שעל האליפסה: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$

(*) אורכי הרדיוסים (בעצם מרחק נקודה שעל האליפסה (x,y) מהמוקדים): $r_1 = a - \frac{cx}{a}$ (מחצית) , $r_2 = a + \frac{cx}{a}$ (מחצית)